

# Преобразование графиков функции. Действия с графиками.

Выполнила: Ученица 10А класса  
Средней школы №96  
Жданова Екатерина.

☞ **Преобразования графиков функций** — это линейные преобразования функции  $y = f(x)$  или её аргумента  $x$  к виду  $y = af(kx + b) + m$ , а также преобразование с использованием модуля

# 1) Преобразование симметрии относительно оси $x$ $f(x) \rightarrow -f(x)$

Примеры:

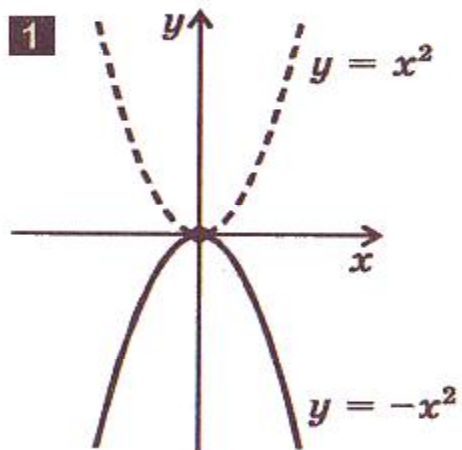
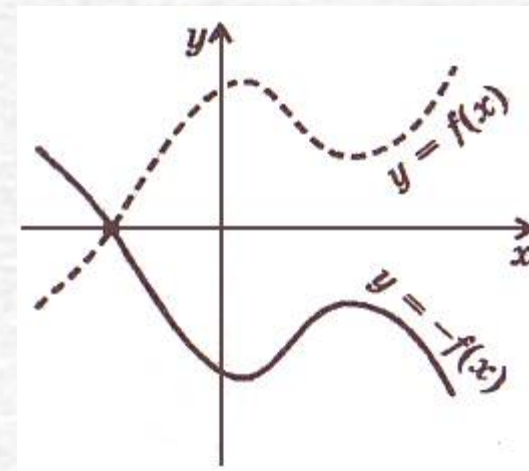
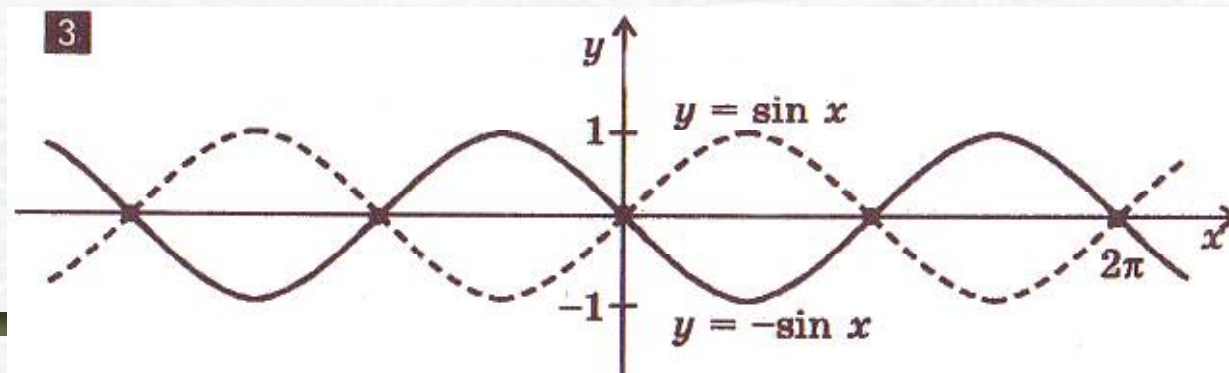
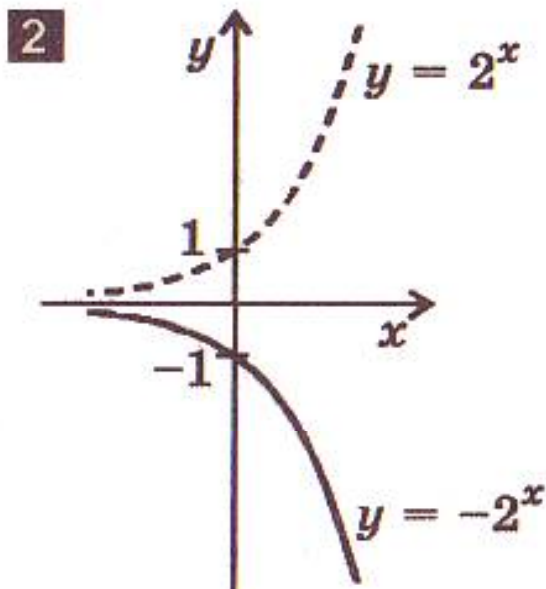


График функции  $y = -f(x)$  получается преобразованием симметрии графика функции  $y = f(x)$  относительно оси  $x$ .



*Замечание. Точки пересечения графика с осью  $x$  остаются неизменными.*





## 2) Преобразование симметрии относительно оси

$$f(x) \xrightarrow{y} f(-x)$$

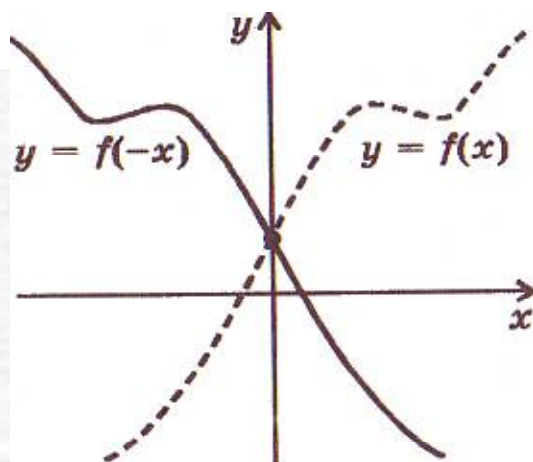
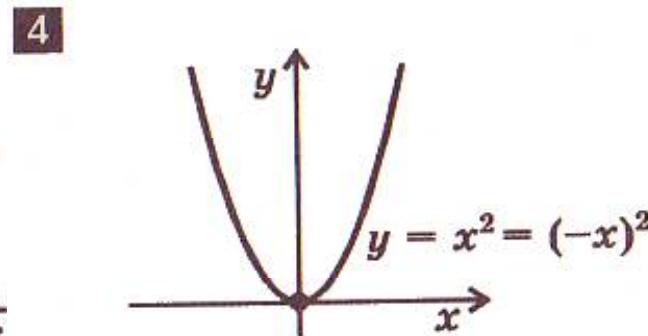
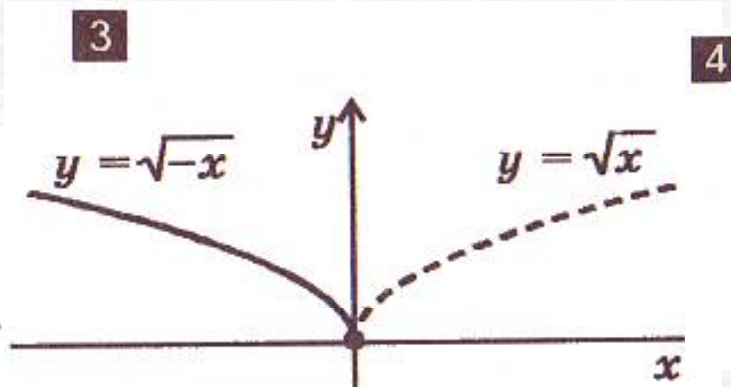
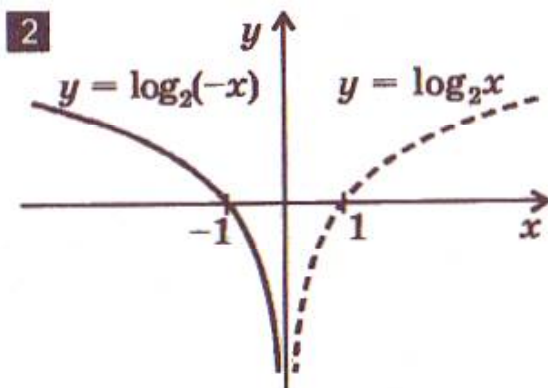
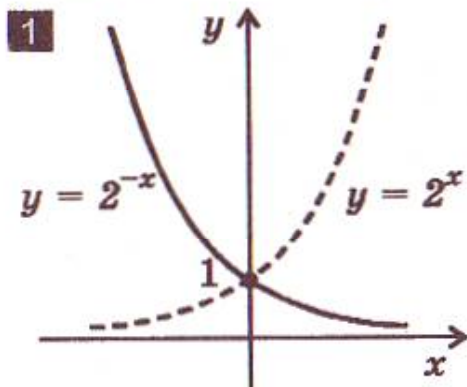


График функции  $y=f(-x)$  получается преобразованием симметрии графика функции  $y=f(x)$  относительно оси  $y$ .

**Замечание 1.** График четной функции не изменяется при отражении относительно оси  $y$ , поскольку для четной функции  $f(-x)=f(x)$ . **Пример:**  $(-x)^2=x^2$

**Замечание 2.** График нечетной функции изменяется одинаково как при отражении относительно оси  $x$ , так и при отражении относительно оси  $y$ , поскольку для нечетной функции  $f(-x)=-f(x)$ . **Пример:**  $\sin(-x)=-\sin x$ .

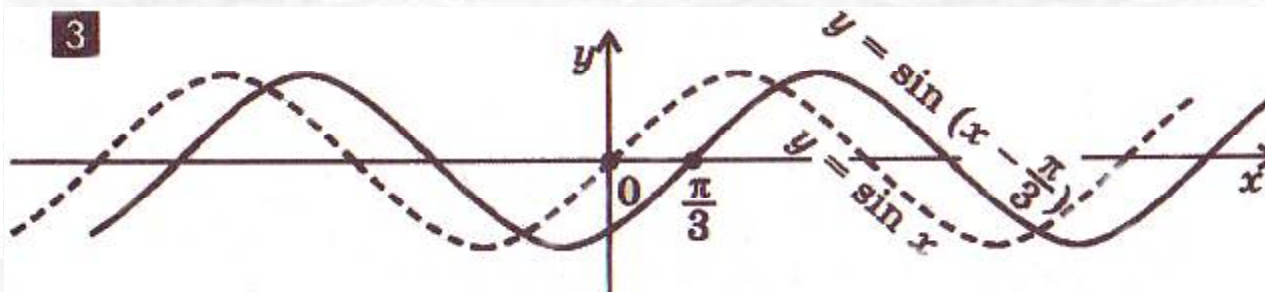
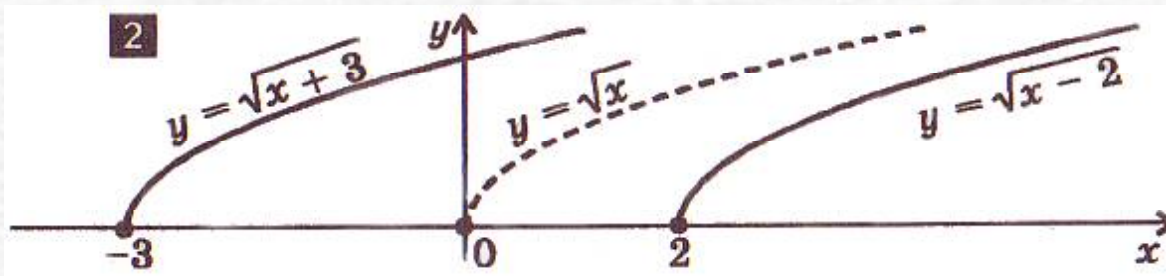
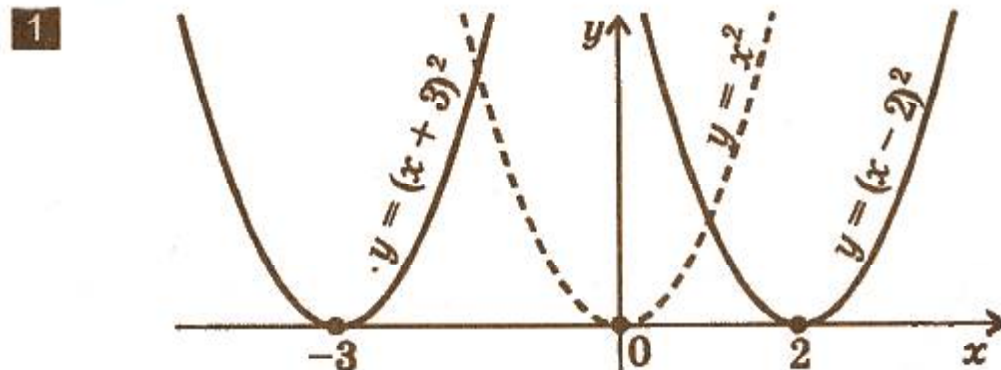
Примеры:



### 3) Параллельный перенос вдоль оси $x$ $f(x) \rightarrow f(x-a)$

График функции  $y=f(x-a)$  получается параллельным переносом графика функции  $y=f(x)$  вдоль оси  $x$  на  $|a|$  вправо при  $a>0$  и влево при  $a<0$ .

Примеры:



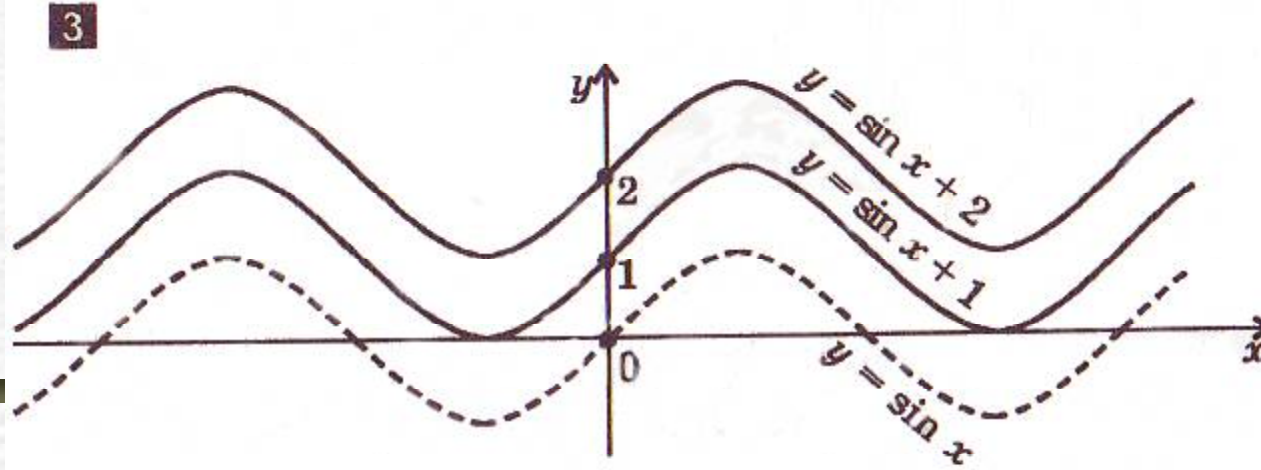
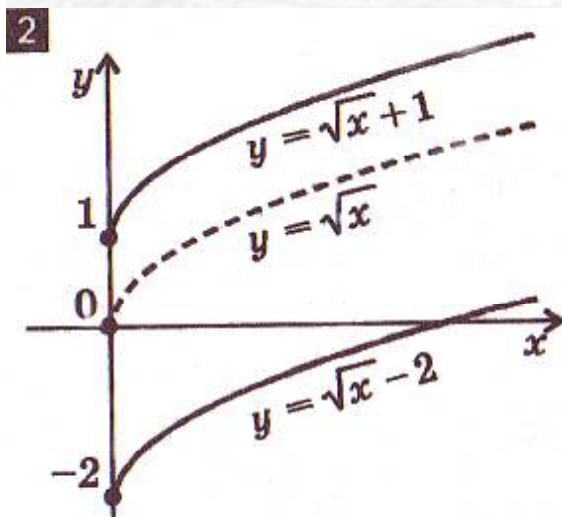
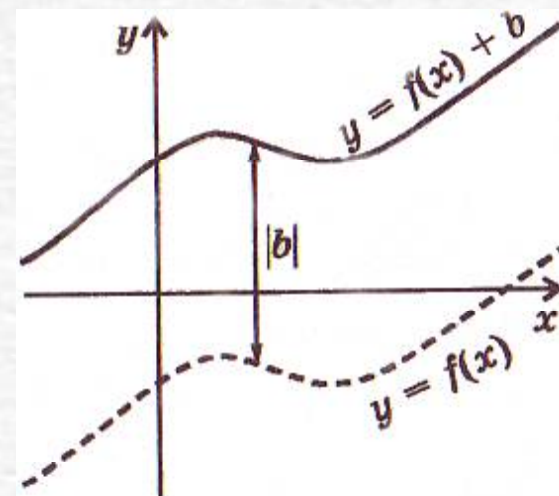
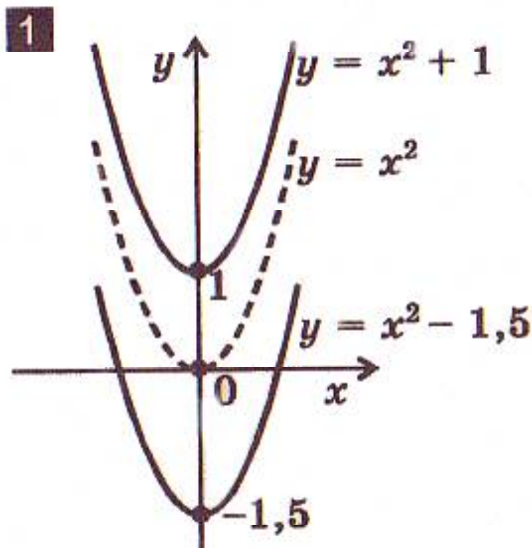
**Замечание.** График периодической функции с периодом  $T$  не изменяется при параллельных переносах вдоль оси  $x$  на  $nT$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .

## 4) Параллельный перенос вдоль оси $y$

$$f(x) \rightarrow f(x) + b$$

Примеры:

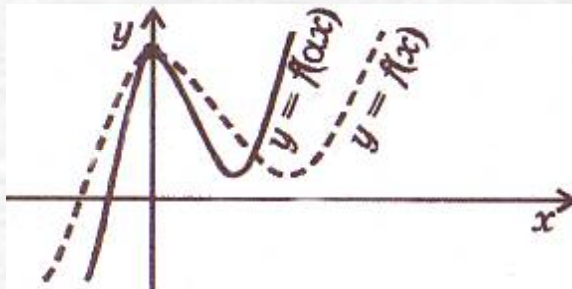
График функции  $y=f(x)+b$  получается параллельным переносом графика функции  $y=f(x)$  вдоль оси  $y$  на  $|b|$  вверх при  $b>0$  и вниз при  $b<0$ .





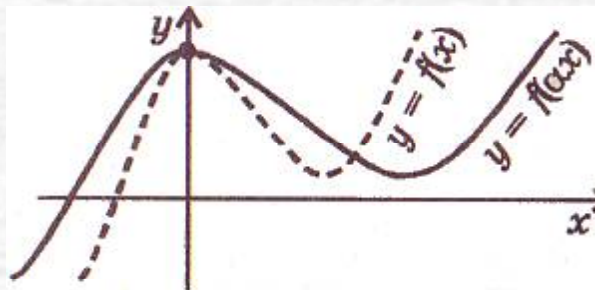
## 5) Сжатие и растяжение вдоль оси $x$ $f(x) \rightarrow f(\alpha x)$ , где $\alpha > 0$

$$\alpha > 1$$



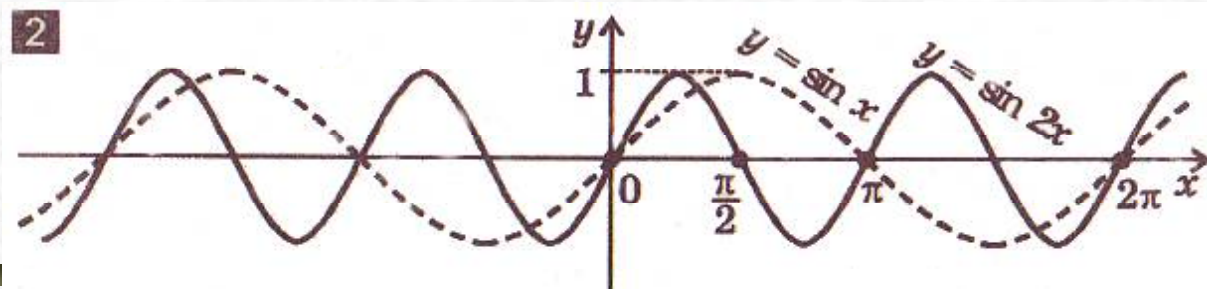
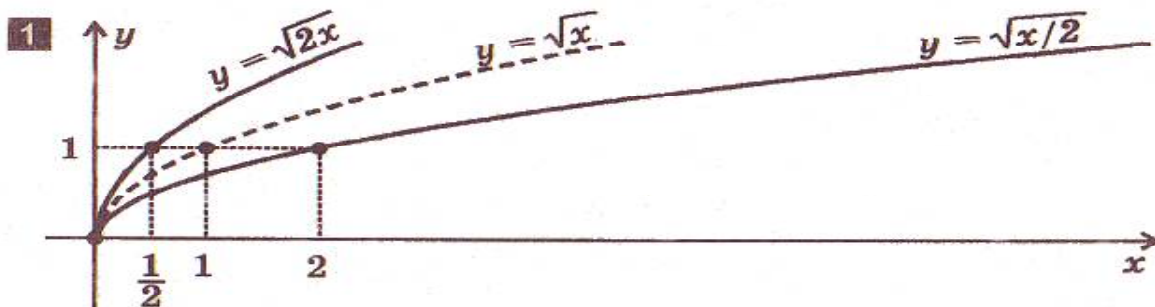
$\alpha > 1$  График функции  $y=f(\alpha x)$  получается сжатием графика функции  $y=f(x)$  вдоль оси  $x$  в  $\alpha$  раз.

$$0 < \alpha < 1$$



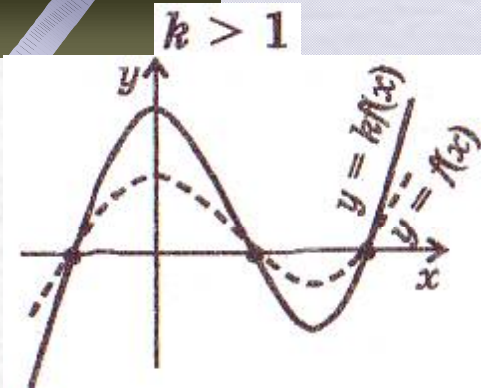
$0 < \alpha < 1$  График функции  $y=f(\alpha x)$  получается растяжением графика функции  $y=f(x)$  вдоль оси  $x$  в  $1/\alpha$  раз.

Примеры:

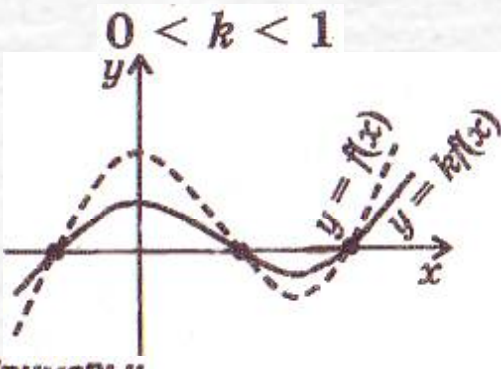


**Замечание.** Точки с пересечения графика с осью  $y$  остаются неизменными.

## 6) Сжатие и растяжение вдоль оси $y$ $f(x) \rightarrow kf(x)$ , где $k > 0$



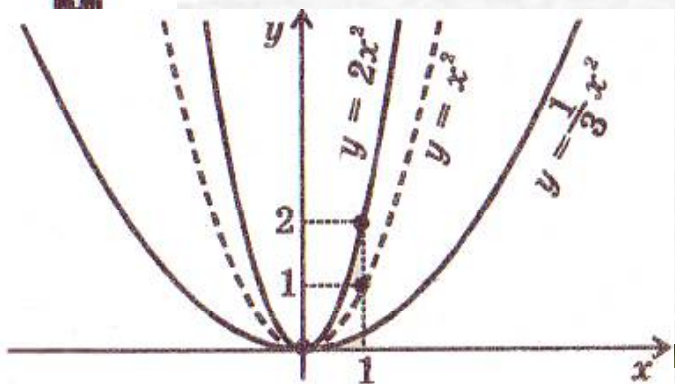
$k > 1$  График функции  $y = kf(x)$  получается растяжением графика функции  $y = f(x)$  вдоль оси  $y$  в  $k$  раз.



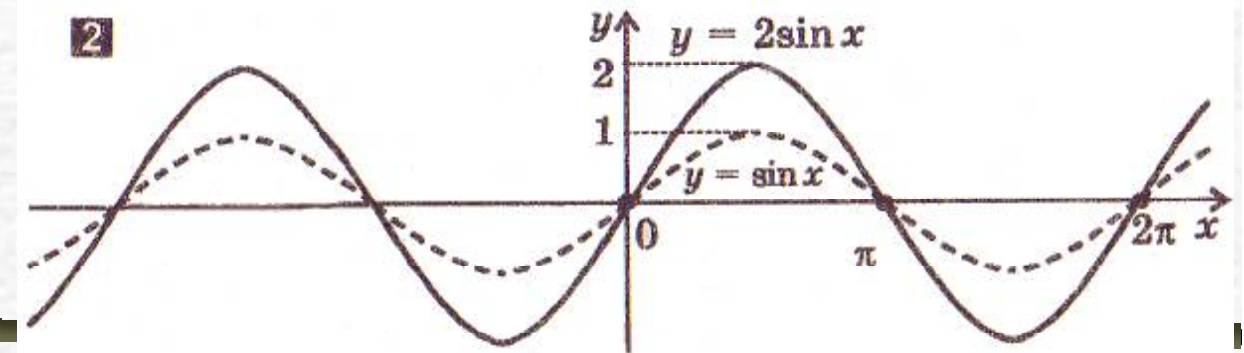
$0 < k < 1$  График функции  $y = kf(x)$  получается сжатием графика функции  $y = f(x)$  вдоль оси  $y$  в  $1/k$  раз.

Примеры:

1



2



**Замечание:** Точки пересечения графика с осью  $x$  остаются неизменными.

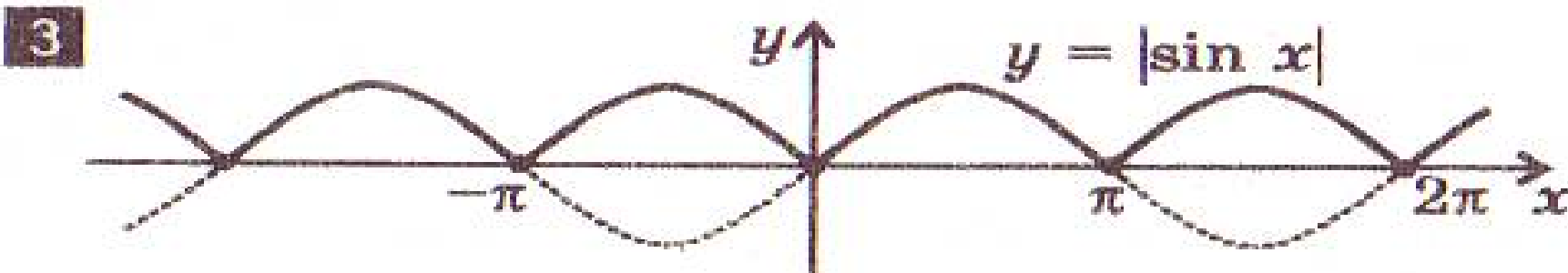
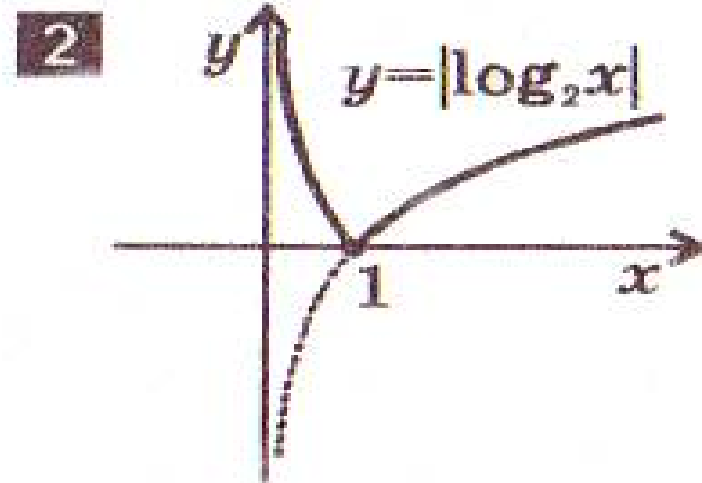
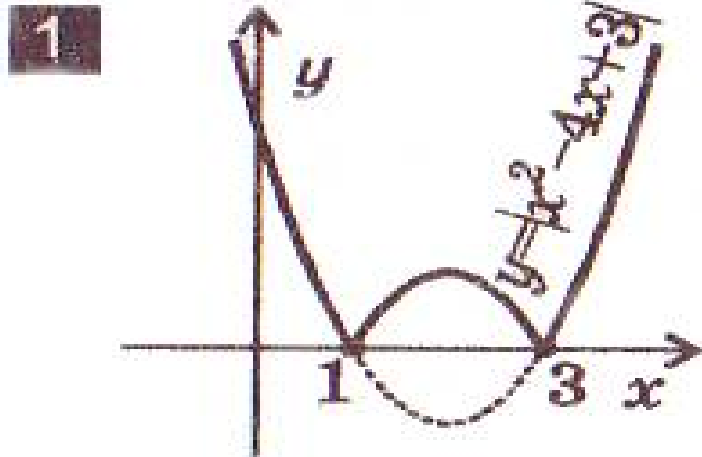


## 7) Построение графика функции $y=|f(x)|$

Части графика функции  $y=f(x)$ , лежащие выше оси  $x$  и на оси  $x$ , остаются без изменения, а лежащие ниже оси  $x$  – симметрично отображаются относительно этой оси (вверх).

**Замечание.** Функция  $y=|f(x)|$  неотрицательна (ее график расположен в верхней полуплоскости).

### Примеры:



## 8) Построение графика функции $y=f(|x|)$

Часть графика функции  $y=f(x)$ , лежащая левее оси  $y$ , удаляется, а часть, лежащая правее оси  $y$  – остается без изменения и, кроме того, симметрично отражается относительно оси  $y$  (влево). Точка графика лежащая на оси  $y$ , остается неизменной.

**Замечание.** Функция  $y=f(|x|)$  четная (ее график симметричен относительно оси  $y$ ).

### Примеры:

